A කොටස

- **සියලුම ප්‍රශ්න සඳහා පිළිතුරු සපයන්න.**

(01) සමාන අරයෙන් යුක්ත වූ නමුත් ස්කන්ධය වෙනස් වූ A හා B සුමට ගෝල 2 ක් සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා ඇත. A ගෝලය u ප්‍රවේගයෙන් B ගෝලය දෙසට මේසය දිගේ ප්‍රක්ෂේපණය කරයි. ගැටුමෙන් පසු A ගෝලය නිශ්චල වේ නම් A හා B හි ස්කන්ධ අතර අනුපාතය $e : 1$ බව පෙන්වන්න. මෙහි e යනු ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය වේ.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

(02) තිරස් බිමක් මත වූ O ලක්ෂ්‍යයක සිට u වේගයෙන් සහ α ආරෝහණ කෝණයකින් ප්‍රක්ශේප කරන අංශුවක් h උසින් වූ සිරස් බිත්ති 2 ක් උඩින් යන්තමින් ගමන් කරයි. O ට ආසන්නම බිත්තියට දුර l වන අතර බිත්ති දෙක අතර දුර h වේ. අංශුව උඩු සිරස් විස්ථාපනය h වූ ලක්ෂ්‍යයක් හරහා ගමන් කරන විට තිරස් විස්ථාපනය x යැයි සලකා $g(1 + \tan^2 \alpha)x^2 - (2u^2 \tan\alpha)x + 2u^2h = 0$ ලබා ගන්න. එමගින් $\tan\alpha = \frac{h(h+2l)}{l(l+h)}$ බව පෙන්වන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

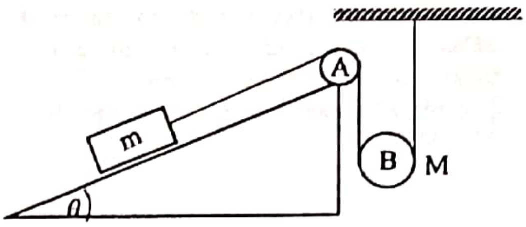
....

....

....

Scanned with CamScanner

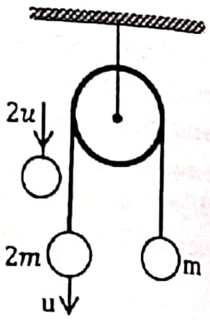
(03) රූපයේ පරිදි තිරසට θ ආනත සුමට අචල තලයක මුදුනේ A අචල කප්පියක් සවිකර ඇත. සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක් ආනත තලය මත වූ m ස්කන්ධයට ඈඳා අනික් කෙළවර ස්කන්ධය M වූ B සචල කප්පියක් යටින් ගොස් සීලිමට ගැටගසා ඇත. පද්ධතිය ගුරුත්වය යටතේ නිසලතාවයකින් මුදා හරියි නම් තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.$(M > m)$



(04) ස්කන්ධය $1000kg$ වූ මෝටර් රථයක් $H\ kW$ නියත ජවයකින් ක්‍රියා කරමින් සමතලා මාර්ගයක $u\ ms^{-1}$ උපරිම වේගයකින් ගමන් කරයි. තිරසට ආනතිය α වන ආනත මාර්ගයක ඉහළට මෝටර් රථය ගමන් කරන විට එහි උපරිම වේගය $v\ ms^{-1}$ වේ. අවස්ථා දෙකේ දීම ප්‍රතිරෝධය නොවෙනස්ව පවතී නම් $H = \frac{guv\sin\alpha}{u-v}$ බව පෙන්වන්න.

Scanned with CamScanner

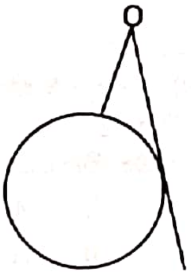
(05) එක එකක ස්කන්ධය $2m$ හා m වූ A හා B අංශු දෙකක් අචල සුමට කප්පියක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට ඇඳා මුදා හරිනු ලැබේ. අංශුවල වේගය u වූ අවස්ථාවක ස්කන්ධය m වූ C නම් අංශුවක් $2u$ ප්‍රවේගයෙන් සිරස්ව පහළට චලනය වී A අංශුව සමඟ ගැටී හා වේ. A හා C අතර ගැටුම සිදුවන මොහොතේ දී තන්තුවේ ආවේගය ද ගැටුමෙන් මොහොතකට පසු B ලබා ගන්නා ප්‍රවේගය ද සොයන්න.



(06) සුපුරුදු අංකනයෙන් $\underset{\sim}{i} + \underset{\sim}{j}$ හා $4\underset{\sim}{i} + 2\underset{\sim}{j}$ යනු 0 අචල මූලයකට අනුබද්ධව A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික යැයි ගනිමු. $OABC$ රොම්බසයක් වන පරිදි C ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න. $A\hat{O}C = \theta$ නම් $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OC}$ භාවිතයෙන් $\cos\theta$ හි අගය සොයන්න.

Scanned with CamScanner

(07) බර W වන අරය r වන ඒකාකාර ඝන ගෝලයක් r දිග තන්තුවකින් පෘෂ්ඨයේ ලක්ෂ්‍යයකට ගැට ගසා තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර O ලක්ෂ්‍යයකට ගැට ගසා නිදහසේ එල්ලා ඇත. ගෝලය මෙසේ එල්ලා තිබිය දී O ලක්ෂ්‍යයටම අසව් කරන ලද දිග $2r$ හා බර w වන ඒකාකාර දණ්ඩක් රූප සටහනේ පරිදි ගෝලය ස්පර්ශ කරමින් සමතුලිතව ඇත. දණ්ඩ හා තන්තුව සිරස සමඟ පිළිවෙලින් α හා β සුළු කෝණ සාදයි නම්, $\alpha + \beta = \frac{\pi}{6}$ බව පෙන්වන්න. තවද $\frac{W}{w} = \frac{\sin\alpha}{2\sin\beta}$ බවද පෙන්වන්න.



....

....

....

....

....

....

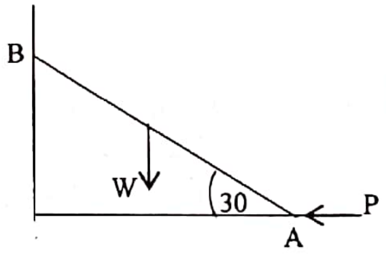
....

....

....

....

(08) දිග 2a හා බර W වූ ඒකාකාර AB දණ්ඩක් එහි A කෙළවර සුමට තිරස් ගෙබිමක් මතද B කෙළවර රළු සිරස් බිත්තියකට ද එරෙහිව සීමාකාරී සමතුලිතතාවේ තබා ඇත. බිත්තියට ලම්බ සිරස් තලයක තිරසට 30^0 ක් ආනතව දණ්ඩ සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත්තේ A කෙළවරේ දී බිත්තිය දෙසට යෙදූ විශාලත්වය P වන තිරස් බලයක් මගිනි. දණ්ඩ හා බිත්තිය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ නම් P හි අගය සෙවීම සඳහා ප්‍රමාණවත් තරම් සමීකරණ ලියා දක්වන්න.



....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Scanned with CamScanner

(09) A හා B ක්‍රීඩකයන් දෙදෙනෙකු තරඟයකට සහභාගී වෙති. A ක්‍රීඩකයා දිනීමේ සම්භාවිතාව 0.9 ද B දිනීමේ සම්භාවිතාව 0.7 ද වේ. A හා B ක්‍රීඩකයන්ගේ දිනීමේ සිද්ධි එක්නෙකට ස්වායක්ත නම් පහත සම්භාවිතාවයන් සොයන්න.

i. A හා B දෙදෙනාම ජයග්‍රහණය කිරීම.

ii. A පමණක් ජයග්‍රහණය කිරීම.

iii. A හා B දෙදෙනාම ජයග්‍රහණය නොකිරීම.

iv. එක් අයෙකු පමණක් ජයග්‍රහණය කිරීම.

(10) $4, 6, 12, 4, 10, 12, 3, 5, x, y$ සංඛ්‍යා පද්ධතියේ මධ්‍යන්‍යය 7 ද මාතය 4 ද වේ.

i. x හා y හි අගයයන් සොයන්න.

ii. නිරීක්ෂණවල සම්මත අපගමනය සොයන්න.

Scanned with CamScanner

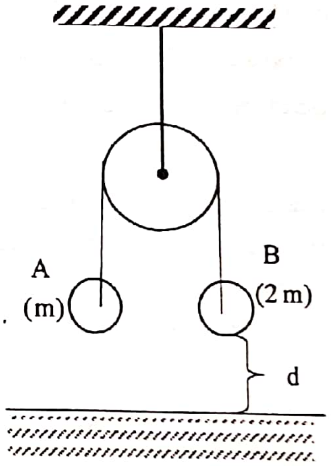
අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2021

සංයුක්ත ගණිතය II

13 ශ්‍රේණිය

B කොටස

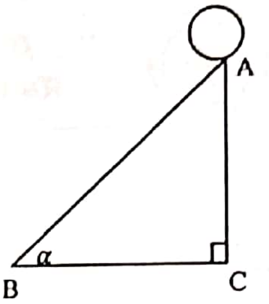
(11) a) රූපයේ දැක්වෙන පරිදි සුමට කප්පියක් මතින් ගමන් කරන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකට සම්බන්ධ කර ඇති ස්කන්ධය m හා $2m$ බැගින් වූ A හා B අංශු දෙක තිරස් ගෙබිමට d දුරක් ඉහළින් සම මට්ටමේ තබා සිරුවෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. අංශු පද්ධතියේ ත්වරණය $\frac{g}{3}$ බව පෙන්වන්න. අනතුරුව ඇති වන චලිතයේ දී B අංශුව තිරස් පොළොවේ ගැටී ස්කන්ධය m වූ අංශු කොටසක් කැඩී ඉවත් වේ. අනතුරුව v වේගයෙන් ගුරුත්වය යටතේ ඉහලට චලනය ආරම්භ කරන A අංශුව නැවත පහලට ගමන් කිරීමෙන් පසු තන්තුව තදවී මොහොතකට පසු අංශු වල පොදු ප්‍රවේගය $\frac{v}{2}$ වේ. අංශු කිසිවටකත් කප්පිය කරා ළඟා නොවන්නේ යයි උපකල්පනය කර A අංශුව බිම වදින තෙක් චලිතය සඳහා ප්‍රවේග- කාල වක්‍රයේ දළ සටහනක් අඳින්න. $v^2 = \frac{2gd}{3}$ බව පෙන්වන්න. එනයින් A අංශුව තිරස් ගෙබිම මත වැදීම සඳහා ගනු ලබන මුළු කාලය සොයන්න.



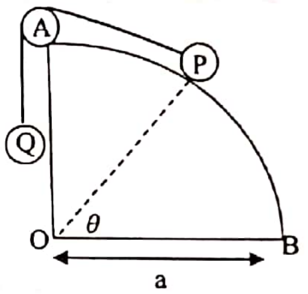
b) පොළොවට සාපේක්ෂව $u\ kmh^{-1}$ ඒකාකාර වේගයෙන් උතුරු දිශාවට නැවක් යාත්‍රා කරයි. එක්තරා මොහොතක දී නැවේ සිට උතුරින් α කෝණයක් නැගෙනහිර දෙසින් $P\ km$ දුරකින් B නම් බෝට්ටුවක් නිරීක්ෂණය කරනු ලැබේ. බෝට්ටුව පොළොවට සාපේක්ෂව $v\ (v > u \sin\alpha)$ ඒකාකාර වේගයෙන් නැව හමුවීම පිණිස යාත්‍රා කරයි. නැවට සාපේක්ෂව බෝට්ටුවේ චලිතය නිර්ණය කිරීම සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණවල දළ සටහනක් අඳින්න. එනයින් නැව හමුවීම පිණිස බෝට්ටුවට ගමන් කළ හැකි ගමන් කළ හැකි ගමන් පෙත් 2 ක් ඇති බව පෙන්වා එම ගමන් මාර්ග 2 අතර කෝණය $2\cos^{-1}\left(\frac{u\sin\alpha}{v}\right)$ බව පෙන්වන්න. එක් එක් මාර්ගය ඔස්සේ නැව හමුවීම සඳහා ගමන් කිරීමට ගත වන කාලයන් වෙන වෙනම සොයන්න.
එනයින් අඩුම කාලයකින් නැව හමුවීම සඳහා ගමන් කිරීමට ගත වන කාලය $P / (u\cos\alpha - \sqrt{v^2 - u^2\sin^2\alpha}$ බව පෙන්වන්න.

Scanned with CamScanner

(12) a) දී ඇති රූප සටහනෙහි ABC ත්‍රිකෝණය ස්කන්ධය m වූ ඒකාකාර සුමට කුඤ්ඤයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය හරහා යන සිරස් හරස්කඩක් නිරූපණය කරයි. AB රේඛාව එය අයත් මුහුණතෙහි උපරිම බෑවුම් රේඛාවක් වන අතර $A\hat{B}C = \alpha$, $A\hat{C}B = \frac{\pi}{2}$ හා $BC = l$ වේ. සුමට තිරස් ගෙබිමක් මත BC මුහුණත තබා ඇත. ස්කන්ධය km වූ අංශුවක් AB රේඛාව මත A ලක්ෂ්‍යයෙහි සීරුවෙන් තබා නිසලතාවයෙන් මුදා හරියි. අංශුව කුඤ්ඤය හැර යන තෙක් කුඤ්ඤයේ ත්වරණය $\frac{kg \sin\alpha \cos\alpha}{1+k\sin^2\alpha}$ බව පෙන්වන්න. $K = 3, \sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ නම් අංශුව කුඤ්ඤය හැර යන විට කුඤ්ඤය චලනය වූ දුර $\frac{3l}{4}$ බව පෙන්වන්න.



b) රූපයෙන් දැක්වෙන්නේ සුමට අචල ඝන වස්තුවකින් කපා ගත් අරය a වූ වෘත්ත පාදයක සිරස්කඩකි. එහි මුදුනේ A නම් සුමට කප්පියක් උඩින් වැටී ඇති ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට පිළිවෙලින් m හා M $(M > m)$ ස්කන්ධය සහිත P හා Q අංශු දෙකක් ඇදා තිබෙයි. OP(OB එල්ලේ) තිරස් වන විට චලිතය ආරම්භ කරයි` නම් $(M + m)a\dot{\theta}^2 = 2g(M\theta - m\sin\theta)$ බව පෙන්වන්න. මෙහි θ යනු t කාලයේ දී OP හා OB අතර කෝණය නම් තන්තුවේ ආතතිය $\frac{Mmg(1+\cos\theta)}{M+m}$ බව පෙන්වන්න. P අංශුව මත අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.



(13) ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් එක එකක ස්වභාවික දිග a හා මාපාංකය mg වූ සමාන සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තු දෙකක කෙළවර දෙකට ඇදා ඇත. එක් තන්තුවක නිදහස් කෙළවර තිරසට 30^0 කින් ආනත තලයක් මත ඉහළින් පිහිටි A අචල ලක්ෂ්‍යයකට හා අනෙක් තන්තුවේ නිදහස් කෙළවර තලයේ පාමුල පිහිටි B ලක්ෂ්‍යයට ගැට ගසා ඇත. $AB = 4a$ වේ.

තන්තු දෙකම නොබුරුල්ව AB රේඛාව මත A සිට $\frac{9a}{4}$ දුරක් ඇතින් අංශුව සමතුලිතව පිහිටන බව පෙන්වන්න.

P අංශුව දැන් A සිට $3a$ දුරින් වූ C පිහිටීමේ දී නිසලතාවේ සිට සීරුවෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. තන්තු දෙකම නොබුරුල් හා AP තන්තුවේ දිග x වන විට $\ddot{x} + \frac{2g}{a}\left(x - \frac{9a}{4}\right) = 0$ බව පෙන්වන්න.

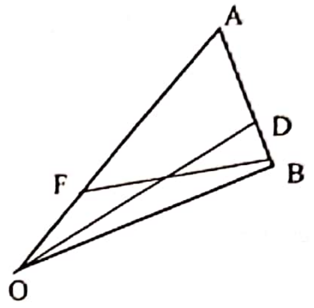
මෙම සමීකරණය $\ddot{X} = \omega^2 X$ ආකාරයෙන් නැවත ලියන්න. මෙහි $X = x - \frac{9a}{4}$ හා $\omega^2 = {}^{2g}/_{a}$ වේ. $\dot{X}^2 = \omega^2(c^2 - X^2)$ සූත්‍රය භාවිතයෙන් මෙම චලිතයේ විස්තාරය c සොයන්න.

P අංශුව එහි ඉහළම පිහිටීම වන D ලක්ෂ්‍යයට ළඟා වන මොහොතේ දී PB තන්තුව කපනු ලැබේ. D හිදී P අංශුව නිශ්චලව පවතින බව පෙන්වන්න.

තන්තුව කපන අවස්ථාවේ දීම අංශුවට AB දිගාව ඔස්සේ $\frac{\sqrt{9ga}}{2}$ වේගයක් ලබා දුන් විට C හිදී ක්ෂණික නිශ්චලතාවයට පත්වන බව පෙන්වන්න. P අංශුව C ආරම්භක පිහිටීමේ සිට නැවත C කරා ඒමට ගතවන කාලය $\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{a}{g}}\left(\sqrt{2}+1\right)$ බව තව දුරටත් පෙන්වන්න.

Scanned with CamScanner

(14) a) OAB ත්‍රිකෝණයක් යැයි ද D යනු $BD : DA = 1:2$ වන පරිදි AB මත වූ ලක්ෂ්‍යය ද E යනු OD හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය ද වේ. O අනුබද්ධයෙන් A හා B හි පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ වේ. $\overrightarrow{OF} = \lambda\underline{a}$ නම්, $\overrightarrow{BE}$ හා $\overrightarrow{BF}$ දෛශික a හා b ඇසුරෙන් සොයන්න. BEF ඒකරේඛීය වන විට λ හි අගය සොයන්න. $\overrightarrow{BF}.\overrightarrow{DF}$ අදිශ ගුණිතය $|\underline{a}|$ හා $|\underline{b}|$ ඇසුරෙන් සොයා $AO \perp OB$ වන විට $|\underline{a}| = \sqrt{32}|\underline{b}|$ නම් $\overrightarrow{BF}$ යන්න $\overrightarrow{DF}$ ට ලම්බ බව පෙන්වන්න.

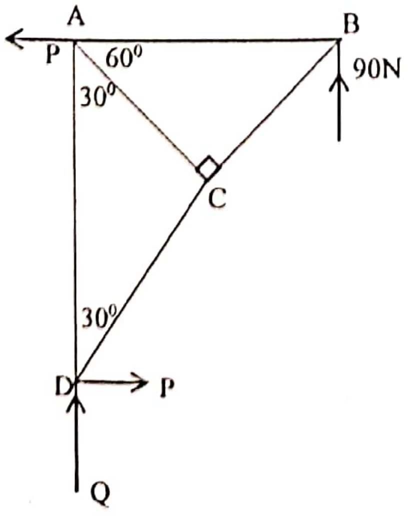


b) oxy තලයේ වූ බල පද්ධතියක් පිළිවෙලින් $(a, a), (-a, 2a)$ හා $(0, -a)$ ලක්ෂ්‍යවලදී ක්‍රියා කරන $3p\underline{i} - 6p\underline{j}$, $2p\underline{i} - p\underline{j}$ හා $-2p\underline{i} - p\underline{j}$ යන බල තුනෙන් සමන්විත වේ. මෙහි p හා a යනු පිළිවෙලින් නිව්ටන හා මීටරවලින් මනින ලද ධන රාශි වේ. O මූලය වටා පද්ධතියේ දක්ෂිණාවර්ත ඝූර්ණය $2pa\, Nm$ බව පෙන්වන්න. තව ද පද්ධතිය විශාලත්වය $5p\, N$ වූ තනි සම්ප්‍රයුක්ත බලයකට තුල්‍ය බව පෙන්වා එහි දිශාව හා ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

දැන් අතිරේක බලයක් පද්ධතියට ඇතුළත් කරනු ලබන්නේ නව පද්ධතියේ දක්ෂිණාවර්ත ඝූර්ණය $4pa\, Nm$ වූ යුග්මයකට තුල්‍ය වන පරිදිය. අතිරේක බලයෙහි විශාලත්වය දිශාව හා ක්‍රියාරේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

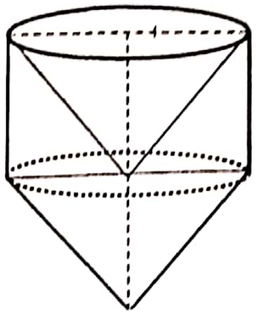
(15) a) එක එකක දිග $2a$ ද බර w ද බැගින් වූ AB, BC, CD හා DE ඒකාකාර දඬු හතරක් B, C හා D හි දී සුමට ලෙස සන්ධි කර A හා E කෙළවරවලදී එකම තිරස් මට්ටමේ පිහිටි ලක්ෂ්‍ය දෙකකින් එල්ලා තිබේ. AB හා BC දඬු එක එකක් පිළිවෙලින් තිරසට θ හා α ආනත වේ. $(\alpha < \theta)$. B හා D සන්ධි සැහැල්ලු තිරස් තන්තුවක් මගින් යා කර ඇති අතර පද්ධතිය සිරස් තලයක සමතුලිතතාවේ පවතී නම් C සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාව හා තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.

b) අන්තවලදී සුමට ලෙස සන්ධි කරන ලද AB, BC, CD, AD හා AC සැහැල්ලු දඬු පහක රාමු සැකිල්ලක් දී ඇති රූපයෙන් නිරූපණය වේ. A හි දීත් D හි දී ත් පිළිවෙලින් PN හා $(P, Q)N$ බල හා B හි $90N$ සිරස් බලයක් ඇත. AD සිරස් ලෙස පවතින සේ සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත. P හා Q හි විශාලත්වය සොයන්න. බෝ අංකනය යෙදීමෙන්, ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් අඳින්න. එනයින් දඬු පහේම ප්‍රත්‍යා බල ඒවා ආතති හෝ තෙරපුම් වශයෙන් ප්‍රකාශ කරමින් සොයන්න.

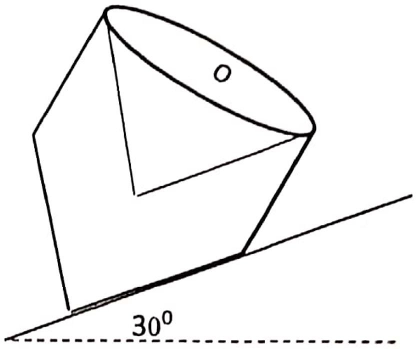


Scanned with CamScanner

(16) උස h වූ ඝන සෘජු වෘත්ත කේතුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි ශීර්ෂයේ සිට $\frac{3h}{4}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න. අරය r , උස r හා ඝනත්වය ρ වූ ඒකාකාර ඝන වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයකින් පතුලේ අරය r , උස r සෘජු වෘත්ත කේතුවක් කපා ඉවත් කර ගනු ලැබේ. දැන් රූපයේ දැක්වෙන පරිදි සිලින්ඩරයේ ඉතිරි කොටසෙහි වෘත්තාකාර මුහුණතට පතුලේ අරය r , උස r හා ඝනත්වය $\lambda\rho$ වන ඒකාකාර සෘජු ඝන කේතුවක පතුල සවි කරනු ලබන්නේ ඒවායේ අක්ෂ දෙක ඒක රේඛීය වන පරිදිය. මෙලෙස සාදා ගත් වස්තුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, එහි සමමිතික අක්ෂය මත පතුලේ O කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{5(1+\lambda)}{4(\lambda+2)}r$ දුරකින් බව පෙන්වන්න.



$\lambda = 2$ යැයි ගනිමු. මෙම වස්තු කේතුවේ වක්‍ර පෘෂ්ඨය රූප සටහනේ පරිදි තිරසට 30^0 කින් ආනත රළු ආනත තලයක් මත ගැටෙමින් සමතුලිතව පවතී. s වස්තුව පහලට ලිස්සා යාම වැලැක්වීම සඳහා කේතුවේ වක්‍ර පෘෂ්ඨය හා තලය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය වන μ හි අවම අගය සොයන්න.



(17) a) කෝවිඩ් ආසාදිත රෝගීන් සඳහා ප්‍රතිකාර කරන ප්‍රතිකාර මධ්‍යස්ථානයක රෝගීන් 200 දෙදෙනෙකු ප්‍රතිකාර ලබන අතර එයින් 125 දෙනෙකු රෝග ලක්ෂණ නොපෙන්වයි. රෝග ලක්ෂණ පෙන්නුම් කරන රෝගියෙකුගේ පෙනහළු ආසාදනය වීමේ හැකියාව 12% වන අතර රෝග ලක්ෂණ රහිත රෝගියෙකුගේ මෙම හැකියාව 5% කි. මෙම දත්තවලට අනුව මෙම මධ්‍යස්ථානයේ රෝගියෙකුගේ පෙනහළු ආසාදනය වී තිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න. මෙම මධ්‍යස්ථානයේ අහඹු ලෙස තෝරා ගත් රෝගියෙකුගේ පෙනහළු ආසාදනය වී ඇති බව හඳුනා ගන්නා ලදි. එම රෝගියා රෝග ලක්ෂණ සහිත රෝගියෙකු වීමේ සම්භාවිතාව කුමක් ද?

b) ශිෂ්‍යයන් 100 ක කණ්ඩායමක් සංඛ්‍යාත ප්‍රශ්නයකට ඔවුන්ගේ පිළිතුරු සඳහා ලබා ගත් ලකුණුවල ව්‍යාප්තිය පහත වගුවේ දැක්වේ.

ලකුණු පරාසය	ශිෂ්‍ය සංඛ්‍යාව
0 – 20	10
20 – 40	30
40 – 60	45
60 – 80	10
80 –100	5

මෙම ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍ය μ හා සම්මත අපගමනය σ නිමානය කරන්න. $K = \frac{3(\mu-M)}{\sigma}$ මගින්

අර්ථ දැක්වෙන කුටිකතා සංගුණකය K ද නිමානය කරන්න. මෙහි M යනු ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යස්ථය වේ.

Scanned with CamScanner